4. Сабитов К. Б. *Об одной краевой задаче для уравнения смешанного типа третьего порядка* // ДАН. – 2009. – Т. 427. – № 5. – С. 593–596.

5. Сабитов К. Б. *Задача Дирихле для уравнения смешанного типа третьего порядка в прямоугольной области* // Дифференц. уравнения. – 2011. – Т. 47. – № 5. – С. 705–713.

6. Удалова Г. Ю. *Обратная задача для уравнения с оператором Лаврентьева-Бицадзе* // Докл. АМАН. – 2012. – Т. 14. – № 1. – С. 98–111.

**Э. И. Фазлеева, Г. И. Хазиева**

*Казанский (Приволжский) федеральный университет,*

*elmira.fazleeva@mail.ru, www.guzel007@mail.ru*

## ЧИСЛОВАЯ ОКРУЖНОСТЬ КАК ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МНОЖЕСТВА ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Числовая окружность – это вторая геометрическая модель для множества действительных чисел. Первую модель – числовую прямую – учащиеся уже знают. Есть аналогия: для числовой прямой правило соответствия (от числа к точке) почти дословно такое же. Но есть и принципиальное отличие – источник основных трудностей в работе с числовой окружностью: на прямой каждая точка соответствует *единственному* числу, на окружности это не так. Если точка $M$ окружности соответствует числу $t$, то она соответствует и всем числам вида $t + 2\pi k$, где $2\pi$ – длина единичной окружности, а $k$ – целое число, показывающее количество полных обходов окружности в ту или иную сторону [1].

Вся школьная тригонометрия строится на модели числовой окружности. Опыт показывает: недоработки с этой моделью, слишком поспешное введение тригонометрических функций не позволяют создать надежный фундамент для успешного усвоения материала. В связи с этим, нами разработаны так называемые “игры” с числовой окружностью.

**“Игра” первая.** Отыскание на числовой окружности точек, соответствующих заданным числам, выраженным в долях числа $\pi$ (например, $\frac{\pi}{6}$; $\frac{\pi}{4}$; $\frac{\pi}{3}$; $-\frac{5\pi}{4}$; $\frac{7\pi}{6}$; $\frac{5\pi}{3}$).

После этого примера уместно привести два главных макета числовой окружности: на первом из них все четверти разделены пополам, на втором – на три равные части. Эти макеты полезно иметь в кабинете математики.

**“Игра” вторая.** Отыскание на числовой окружности точек, соответствующих заданным числам, не выраженным в долях числа $\pi$ (например, 1; 2; 3; -5).

**“Игра” третья.** Составление аналитических записей (двойных неравенств) для дуг числовой окружности.

Неравенства, характеризующие дугу, т. е. представляющие собой аналитическую модель дуги, мы предлагаем составлять в два этапа. На первом этапе составляем ядро *аналитической* записи (указываем промежуток от одной точки к другой внутри интервала $(0; 2\pi)$). На втором этапе составляем общую запись (указываем все промежутки с учетом периода $2\pi k, k \in Z$).

**“Игра” четвертая.** Отыскание декартовых координат точек числовой окружности, центр которой совмещен с началом системы координат.

Ученикам приходится работать одновременно в двух системах координат – в “криволинейной” когда информация о положении точки снимается по окружности (числу $t$ соответствует на окружности точка $M(t)$; $t$ – "криволинейная" координата точки $M$), и в декартовой прямоугольной системе координат (у точки $M$, как у всякой точки координатной плоскости, есть абсцисса и ордината). Наша задача – помочь школьникам в преодолении этих естественных трудностей. К сожалению, обычно в школьных учебниках на это не обращают внимания и с самых первых уроков используют записи $\sin x$, $\cos x$, не учитывая, что буква $x$ в сознании школьника четко ассоциируется с абсциссой в декартовой прямоугольной системе координат, а не с длиной пройденного по числовой окружности пути. Наш совет: при работе с числовой окружностью не следует использовать символы $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$, лучше $\sin t$, $\cos t$, $\operatorname{tg} t$.

В четвертой "игре" речь идет о переходе от записи $M(t)$ к записи $M(x; y)$, т. е. от криволинейных координат к декартовым (например, найти координаты точки $\frac{4\pi}{3}$).

Важность данной "игры" заключается в том, что фактически мы готовим учащихся к вычислению значений тригонометрических функций. Если все здесь будет отработано достаточно надежно, то переход на первую ступень абстракции (ордината – синус, абсцисса – косинус) окажется менее болезненным, чем обычно.

**"Игра" пятая.** Отыскание на числовой окружности точек по заданным координатам (найти на числовой окружности точки с ординатой $\frac{1}{2}$ и $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ и записать, каким числам они соответствуют).

В процессе данной игры мы приучаем школьников к решению простейших тригонометрических уравнений: в первом случае речь идет об уравнении $\sin t = \frac{1}{2}$, а во втором – об уравнении $\cos t = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Пятая “игра” включает в себя и работу с условиями типа $x > \frac{1}{2}$, $y < -\frac{1}{2}$. Это означает, что к решению простейших тригонометрических неравенств мы “подбираемся” постепенно.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Мордкович А. Г. *Беседы с учителями математики: Учеб.-метод.пособие. – 2-е изд., доп. и перераб.* – М.:ООО “Издательский дом ОНИКС 21 век”: ООО “Издательство Мир и Образование”, 2005. – 336 с.

**М. В. Фалилеева**

*Казанский (Приволжский) федеральный университет,*

*mtmwwff@yandex.ru*

# О МЕТОДИКЕ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ С ПАРАМЕТРАМИ В 7 – 9 КЛАССАХ

У школьников понятие уравнения (неравенства) с параметром должно включать в себя понимание того, что:

- Уравнение (неравенство) с параметром – это семейство уравнений (неравенств) одного вида при одних значениях параметра, других видов – при других значениях параметра, при каких-то значениях параметра в это семейство входят верные или неверные тождества (числовые неравенства).

- Решение уравнения (неравенства) может включать в себя несколько методов решения, соответствующих каждому виду уравнения при определенных значениях параметра.